公平性に配慮した都道府県人口重心の経年変化ー k-centrum 指標を用いてー

田村 一軌, 大澤 義明, 古藤 浩, 青木 充広

Time-Series Optimal Location of k-Centrum Problem in Japan

Yoshiaki OHSAWA, Kazuki TAMURA, Hiroshi KOTOH and Mitsuhiro AOKI

Abstract : This paper considers the time-series center of prefectures using k-centrum criterion location model in a continuous plane. This criterion using weighted points generalizes the center of gravity, which measures the efficiency, and the minimax location, which measures the equity, so it contains explicitly the tradeoff between efficiency and equity. At first, we charctrize the optimal solution. Then we exhibit the geometrical solution method for the k-centrum criterion location model based on higher-order Voronoi diagrams, taking account of the convexity of its objective function. Finally, we apply this location model to Ibaraki prefecture, in which the migration is serious problem by use of past and exforecasted population.

Keywords : 人口移動 (migration), 予測人口 (forecasted population), k-セントラム (k-centrum), 重心 (center of gravity)，ボロノイ図 (Voronoi diagram)

1. はじめに

地域人口分布の中心の位置を意味する指標として，人口重心がある．人口重心は，直交座標の平均値で与えられる（鈴木, 1980a）．移動コストが直線距離の二乗に比例する状況では，人口重心は総移動距離を最小とする場所に一致し（鈴木, 1980a; 今井, 1982)，地域全体の移動効率性からみて最適な場所となる．

効率性だけでなく格差解消という公平性の視点も重要である（橘木, 2004; 西嶋, 2004)．公平性に着目した標準的な立地問題であるミニマックス問題では，最終集計単位である個人一人の影響が色濃く反映され，対象地域の人口規模とは独立に，最も遠い一人にのみ関心を集中させる（西嶋, 2004)．そのため，その他大多数への影響が全く考慮されない，つまり人口変化に全く反応しないという問題を孕んでいる．

一般に効率性と公平性との間にはトレードオフが存在するが，両者を両極端に持ち，なおかつ中間にも具体的な意味づけできるモデルとして，k-セントラム問題（Nickel and Puerto, 2005）がある．本研究では，第一に，k-セントラム問題を特徴付けし，ボロノイ図等幾何学ツールを用いてその最適点を導出する解法を理論的に示す．第二に，茨城県を対象とし市町村レベルで集計された人口データを用いて，最適点がどこに位置するのか，さらにパラメータ k とともに最適点がどのように移動するのかを観察し，人口分布のバランスを実証的に考察する．また，長期間の人口データを用いて時代による変遷を可視化する．さらに，年齢階層別の最適点を求め，世代間人口の相違についても考察する．

2. k-セントラム問題

2.1 定式化，定義

対象とする自治体数を n，自治体の位置を $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \cdots, \mathbf{p}_n$ とする．また表現を簡潔にするために，自治体の添え字集合を $I \equiv \{1, 2, \cdots, n\}$ とする．**k-セントラム問題**とは，場所 $\mathbf{x}$ から遠い順に選ばれた k 個の自治体までの距離の総和を最小にする地点を求める問題である．その目的関

田村：〒185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38，（財）鉄道総合技術研究所，ktamura@rtri.or.jp

数を $\phi_k(\mathbf{x})$ とすると，次のように定式化される（Nickel and Puerto, 2005; Ohsawa et al., 2007; Ogryczak and Tamir, 2003）

$$\underset{\mathbf{x}}{\text{最小化}} \quad \phi_k(\mathbf{x}) \equiv \max_{\bar{I}\subseteq I, |\bar{I}|=k} \sum_{i\in\bar{I}} \|\mathbf{x}-\mathbf{p}_i\|^2. \quad (1)$$

本稿では，k-セントラム問題 (1) の最適点を $\mathbf{q}_k^*$ と表現し，**k-セントラム最適点**と呼ぶ．この最適点は，施設から遠距離に位置し不利益を被る住民へ明示的に焦点を充てた地域中心であるから，k が小さいときには公平性に配慮した人口重心と見なせる．一方，k がある程度大きければ，至近距離住民との関係のみが考慮されないので，例えば，徒歩と自動車のみが交通手段として利用可能な状況で，遠距離トリップの交通手段である自動車総移動距離の最小化問題の最適点と見なすことができる．

特に $k=n$ であれば全人口を対象にすることとなり効率性重視となる．k-セントラム問題 (1) は

$$\underset{\mathbf{x}}{\text{最小化}} \quad \phi_n(\mathbf{x}) \equiv \sum_{i\in I} \|\mathbf{x}-\mathbf{p}_i\|^2. \quad (2)$$

となり標準的なミニサム問題に帰着し，人口重心 $\mathbf{g}^* \equiv \frac{1}{n}\sum_{i\in\bar{I}} \mathbf{p}_i$ が最適で $\mathbf{q}_k^* = \mathbf{g}^*$ となる．

また，$k=1$ であれば，最も遠い住民だけに焦点を充てることとなり，k-セントラム問題 (1) は

$$\underset{\mathbf{x}}{\text{最小化}} \quad \phi_1(\mathbf{x}) \equiv \max_{i\in I} \|\mathbf{x}-\mathbf{p}_i\|^2. \quad (3)$$

となる．ここで，$\max_{i\in I}\|\mathbf{x}-\mathbf{p}_i\|^2$ を最小化する場所 $\mathbf{x}$ と $\max_{i\in I}\|\mathbf{x}-\mathbf{p}_i\|$ を最小化する場所 $\mathbf{x}$ とは同じであり，問題 (3) は，標準的な平等性施設配置モデルであるミニマックス問題（Francis and White, 1974）

$$\underset{\mathbf{x}}{\text{最小化}} \quad \max_{i\in I} \|\mathbf{x}-\mathbf{p}_i\|. \quad (4)$$

と等価となる．最適点 $\mathbf{q}_1^*$ はセンター（ミニマックス点）に一致し，既往研究の枠組みで単純に導出可能であることを強調する時には $\mathbf{c}^*$ と記述する．

序論で述べたように，本研究では自治体人口（自治体 i の人口を ω_i とする）を明示的に取り込み，現実のデータを用いて最適点を求める．目的関数 (1) では人口 ω_i が組み込まれていない．これは定式化を簡潔にするためである．本稿では人口 ω_i を明示的に取り込んだ解法を提示する．

2.2 特徴

k-セントラム最適点には以下のような優れた性質がある．第一に，我が国の人口データのほとんどが集計データである．集計データ用いたミニマックス問題 (4) の最適解であるセンターは，代表点が移動するもしくは自治体人口がゼロとならない限り時系列的に変化しない．代表点移動は最適解に影響を与え結果の解釈が複雑となり条件を揃える必要があり一般には行わない．また，自治体人口ゼロも非現実的である．k-セントラム最適点は，このような人口変化に全く反応しないという問題を克服できる．

第二に，目的関数 (1) から理解できるように，k が減少するに伴い，評価対象が施設からより遠いサービス水準の低い自治体に限定され，評価の軸足が公平性に移る．公平性への配慮が，k を通して調整可能となる．k を変化させることにより効率性と公平性とのトレードオフの分析が可能となる．

なお，ミニサム問題 (2) とミニマックス問題 (4) とのパレート最適に関する既往研究がある（Ohsawa, 1999; 尾崎・大澤, 2003）．しかし，パレート最適立地は二つの指標だけを用いての妥協案という調和型の集合であり，k-セントラム問題のように中間の結果に意味を与えることはできない．この点からも k-セントラム最適点を利用する意義はある．

2.3 計算方法

既往研究（Ohsawa et al., 2006）で指摘されているように，どのような人口分布 ω_i に対しても，最適点の候補場所は順序ボロノイ図のボロノイ辺とボロノイ点に限定される．そして，有限個に絞られ候補点の相互比較から最適点が検出可能となる．計算は次のように行う（Ohsawa et al., 2007）．

1. $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \cdots, \mathbf{p}_n$ の順序ボロノイ図を求め，ボロノイ領域，ボロノイ辺，ボロノイ点を定める．

2. 各ボロノイ領域ごとに，遠くからの人口累積が丁度 k となるデータを用い座標平均値を計算する．つまり，近い順の順番 $(i_1, i_2, \cdots, i_n)$ であるボロ

ノイ領域では，

$$\sum_{j=s+1}^{n} \omega_{i_j} < k \le \sum_{j=s}^{n} \omega_{i_j} \tag{5}$$

となる s を見つけ，次の座標平均値を計算する

$$\bar{\mathbf{g}} \equiv \frac{1}{k}\left(\sum_{j=s+1}^{n}\omega_{i_j}\mathbf{p}_{i_j} + \left(k - \sum_{s+1}^{n}\omega_i\right)\mathbf{p}_{i_s}\right) \tag{6}$$

3. 座標平均値 $\bar{\mathbf{g}}$ がその領域内部に位置すれば，それを最適点としアルゴリズム全体を終了する．外部であれば，平均値 $\bar{\mathbf{g}}$ からその領域境界への最近点（垂線の足もしくは領域頂点）を最適点の候補とする．

4. すべての領域を巡回しステップ 2-3 を繰り返し，候補点集合から目的関数 $\phi_k(\mathbf{x})$ を最小とする場所を選び，最適点とする．

3. 茨城県での計算

3.1 データ及びモデル

県の総人口を P とする．ここでは，$k = 0.9P$ から $k = 0.1P$ まで全県人口の 10% 刻みで，9 種類の最適点 $\mathbf{q}_k^*$ を計算する．最適点 $\mathbf{q}_{0.1P}^*$ や $\mathbf{q}_{0.2P}^*$ は，全県人口の一割もしくは二割を配慮できるので，公平性を重視した人口重心と見なせる．そこで，これらを**公平中心**と呼び分析を深める．また最適点 $\mathbf{q}_{0.5P}^*$ はちょうど半数をカバーした結果である．これらに加え，人口重心 $\mathbf{g}^*$，センター $\mathbf{c}^*$ をも計算し，人口分布の移動から地域内の非対称性に関して明示的に分析する．なお，各代表点の座標は，緯度経度データから正距円筒図法により変換した地図で求めた．

3.2 公平中心，人口重心，センター

図 1 は 2005 年の人口データによる茨城県の結果である．図から二点が読み取れる．第一に，公平中心 $\mathbf{q}_{0.1P}^*$ 及び $\mathbf{q}_{0.2P}^*$ がセンターー $\mathbf{c}^*$ と人口重心 $\mathbf{g}^*$ の間に位置していることが読み取れる．第二に，パラメータ k が増加するにつれて，つまり，公平性から効率性に軸足を置くことにより，センター $\mathbf{c}^*$ から人口重心 $\mathbf{g}^*$ に移動していることが見て取れる．ただし，最適点 $\mathbf{q}_{0.8P}^*$ が，最適点 $\mathbf{q}_{0.4P}^*$ と最適点 $\mathbf{q}_{0.7P}^*$ との間に位置するなど，パラメータ k と最適点との関係ではあるが，必ずしも整合していない．

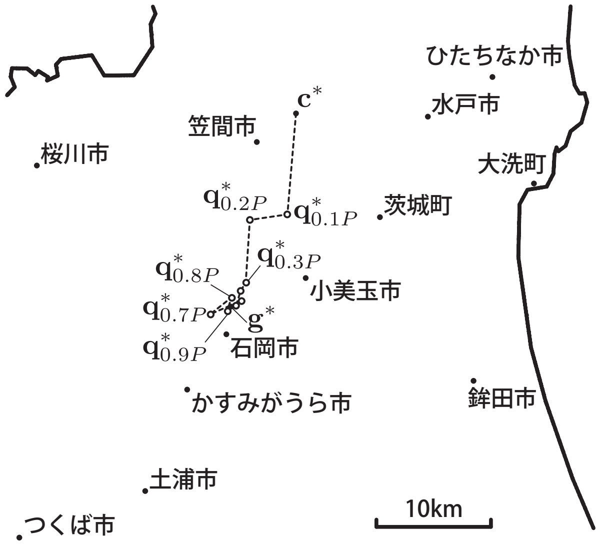

図 1　2005 年茨城県の k-セントラム最適点

3.3 年齢階層別公平中心の時系列変化

人口移動は格差をより助長させる可能性もある．そこで，本研究では経年的変化にも着目し，1980 年から 2030 年までの 11 時点にわたる時系列人口データを用いて最適点を導出する．なお，将来人口に関しては，国立社会保障・人口問題研究所（2004）による推計人口を活用する．人口はすべて 2005 年時点の市町村区域に集計化し，市町村役場の位置を代表点とした．年齢構成にも着目し，年少人口，生産年齢人口，老年人口のデータを利用した結果を求める．特に，高齢者では移動に伴う負担が大きいので，このような分類には意味がある．

公平中心 $\mathbf{q}_{0.1P}^*$ 及び $\mathbf{q}_{0.2P}^*$，さらには半数を配慮した最適点 $\mathbf{q}_{0.5P}^*$ について，茨城県年齢階層別 4 種類（年少人口，生産年齢人口，老年人口，総人口）の時系列変化の軌跡を，それぞれ図 2，図 3，図 4 に示す．

数値結果から以下の 2 点が読み取れる．第一に，全体の人口重心が若い世代の人口重心に引っ張られていることが分かった．

第二に，茨城県における，公平中心 $\mathbf{q}_{0.1P}^*$ 及び $\mathbf{q}_{0.2P}^*$ は，どの最適点も南下しており，水戸からの乖離の傾向が強まっている様子が読み取れる．茨城では，年齢が若いほど重心は南に位置する．

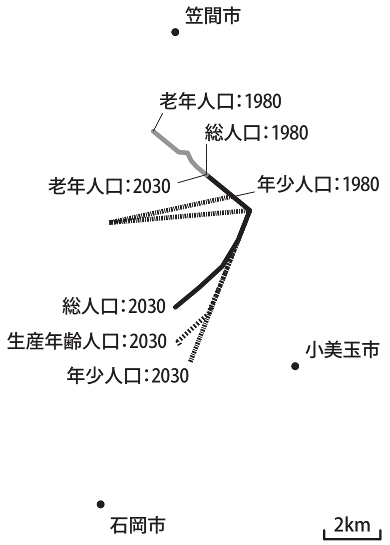

図 2　茨城県公平中心 $\mathbf{q}^*_{0.1P}$ の時系列変化

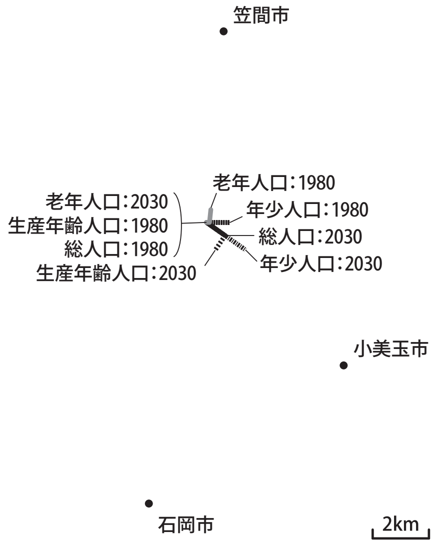

図 3　茨城県公平中心 $\mathbf{q}^*_{0.2P}$ の時系列変化

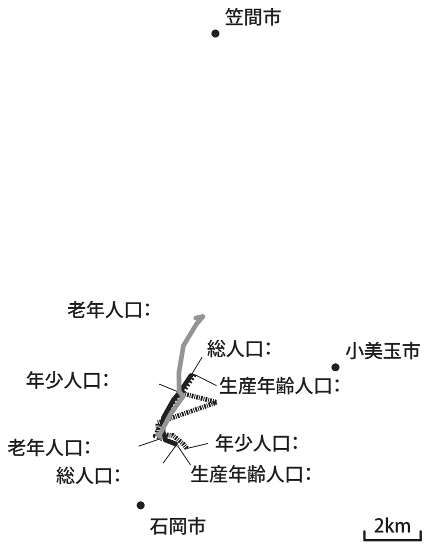

図 4　茨城県公平中心 $\mathbf{q}^*_{0.5P}$ の時系列変化

4. おわりに

本研究では，集計データでも意味のある平等・不平等の視点を取り入れた地域中心を提案し，その導出方法を示した．そして，茨城県に適用し時系列変化や年齢階層別の観点から観察した．

謝辞

本研究は，科学研究費（平成 18 − 20 年度，基盤研究（B），18330057）による成果の一部である．

参考文献

今井功（1982）重心の話，「自然」，96-101.

尾崎尚也，大澤義明（2003）移動距離の平等性及び効率性からみた公共施設配置の評価．「日本建築学会計画系論文集」，**563**，131–138.

国立社会保障・人口問題研究所（2004）『日本の市区町村別将来推計人口ー 2000 年〜2030 年ー』.

鈴木啓祐（1980）『空間人口学（上）』，大明堂.

鈴木啓祐（1980）『空間人口学（下）』，大明堂.

橘木俊詔（2004）『封印される不平等』，東洋経済新報社.

西嶋淳（2004）『都市再生における効率性と公平性』，晃洋書房.

R.K. Francis and J.A. White (1974) *Facility Layout and Location: An Analytical Approach*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs.

S. Nickel and J. Puerto (2005): *Location Theory –A Unified Approach–*. Springer, Berlin.

W. Ogryczak, and A. Tamir (2003) Minimizing the sum of the K largest functions in linear time. *Information Processing Letters*, **85**, 117–122.

Y.Ohsawa (1999) A geometrical solution for quadratic bicriteria location models. *European Journal of Operational Research*, **114**(2), 380–388.

Y.Ohsawa, F.Plastria and K.Tamura (2006) Euclidean push-pull partial covering problems. *Computers and Operations Research*, **33**(12), 3566–3582.

Y.Ohsawa, N.Ozaki, F.Plastria and K.Tamura (2007) Quadratic ordered median location problems. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **50**(4), 540–562.